

Oran ve Orantı

Oran: En az biri sıfırdan farklı olan aynı cins iki çokluğun bölünerek karşılaştırılmasına denir.

$\frac{a}{b}$ ifadesi bir orandır. ($b \neq 0$)

$\frac{3kg}{7kg} \rightarrow \frac{3}{7}$, $\frac{5lt}{11lt} \rightarrow \frac{5}{11}$, $\frac{13m}{25m} \rightarrow \frac{13}{25}$ ifadeleri birer orandır. Oran olabilmesi için aynı cins olması gerekir. Dolayısıyla oran birimsizdir.

$\frac{5kg}{11m}$ bir oran değildir. Çünkü birimleri aynı değildir.

Orantı: İki ya da daha fazla oranın eşitliğine orantı denir. Örneğin $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$ ifadeleri birer oran olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

eşitliğine orantı denir. Bu eşitlikte k orantı sabitidir.

$\frac{32}{4} = 8$, $\frac{16}{2} = 8$ olduğundan $\frac{32}{4} = \frac{16}{2} = 8$ olup orantıdır ve sabiti 8'dir.

Orantının Özellikleri

Aşağıda orantının temel bazı özellikleri verilmiştir.

1)

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ birer oran olmak üzere $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında $a.d = b.c$ eşitliğine içler dışları çarpımı denir ve orantıda bu eşitlik daima sağlanır.

Örnek:

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \rightarrow 3.12 = 4.9$$

$$36 = 36$$

Soru: $\frac{2}{5} = \frac{10}{x}$ orantısında x değerini bulunuz.

İfade bir orantı olduğuna göre içler dışlar çarpımı eşittir özelliğini sağlaması gerekir. Buradan,

$$\frac{2}{5} = \frac{10}{x} \rightarrow 2.x = 5.10$$

$$2x = 50$$

$$\frac{50}{2} = \frac{2x}{2} \rightarrow x = 25 \quad \text{bulunur.}$$

Ödev: $\frac{4}{5} = \frac{a}{30}$ orantısında a değerini bulunuz.

2)

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında, a.d = b.c eşitliğinde çarpma işlemimde değişme özelliği bulunduğundan,

$$d.a = b.c \text{ yazılabilir buradan orantı } \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ olur.}$$

$$a.d = c.b \text{ yazılabilir buradan orantı } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ olur.}$$

$$d.a = c.b \text{ yazılabilir buradan orantı } \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \text{ olur.}$$

3)

$n, m \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ orantısında $\frac{a.n}{b.n} = \frac{c.m}{d.m}$ olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a.n + c.m}{b.n + d.m} = k$$

eşitliği sağlanır.

Soru: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 12$ olmak üzere $3a - 4c + 2e = 4$ ise $3b - 4d + 2f$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm: 3. özelliği göre $\frac{3a}{3b} = \frac{-4c}{-4d} = \frac{2e}{2f} = 12$ yazılabilir Buradan,

$$\frac{3a - 4c + 2e}{3b - 4d + 2f} = 12 \text{ olur. } 3a - 4c + 2e = 4 \text{ eşitliğini yerine yazarsak,}$$

$$\frac{4}{3b - 4d + 2f} = 12 \text{ olur buradan orantının 2. Özelliğinden,}$$

$$\frac{4}{12} = 3b - 4d + 2f$$

$$3b - 4d + 2f = \frac{1}{3}$$

bulunur.

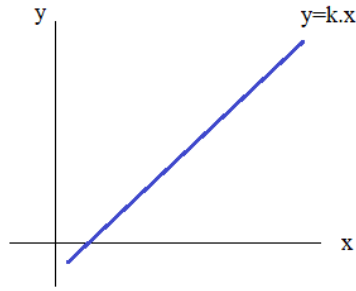
Doğru Orantı

Birbirine bağlı iki çokluktan biri artarken diğeri de artıyorsa ya da biri azalırken diğeri de azalıyorsa böyle çokluklara *doğru orantılı çokluklar* denir. a ile b doğru orantılı çokluklar ise $\frac{a}{b}$ şeklinde ifade edilir.

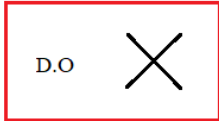
Aşağıda a ve b şeklinde verilen iki çokluğun doğru orantıya bağlı olarak artış ve azalış tablosu verilmiştir.

x		$\frac{a}{3}$	$\frac{a}{2}$	a	2a	5a	
y		$\frac{b}{3}$	$\frac{b}{2}$	b	2b	5b	

Aşağıda y ve x arasında pozitif yönlü bir bağıntı vardır. y doğrusun üzerindeki bir noktanın artması veya azalması doğru yönlüdür. $\frac{y}{x} = k$ orantısında $y = k.x$ olur ki doğru orantının denklemdir. Burada k sabiti arttıkça doğru y eksenine yaklaşacaktır.



Not:



Doğru orantılı problemlerinde verilenler çapraz çarpılır.

Örnek: 20 km'lik bir mesafeyi 1 saatte alan bir bisikletli 30 km'lik yolu kaç saatte alır ?

Çözüm:

$$\begin{array}{cc} 20\text{km} & 1\text{sa} \\ 30\text{km} & x\text{sa} \end{array}$$

D.O

$$20.x = 30.1$$

$$x = 1,5\text{sa}$$

Görüleceği gibi mesafe arttığında geçen süre de artmaktadır.

Örnek: $8m^2$ 'lik bir kilimi 20 günde dokunan bir yerde $4m^2$ 'lik halı kaç günde dokunur?

Çözüm:

$$8.x = 4.20$$

$$8x = 80$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{80}{8} \rightarrow x = 10 \text{ gün bulunur.}$$