

Klasik Mantık (FLS 106/FEL 303) Ders Notları-3¹

Çıkarım Öğretisine Giriş

3.1 Çıkarımın genel yapısı

Çıkarım (*inference, inferentia*), gerekçe olarak bir veya birden çok önermeyi gösterip başka bir önermeyi öne sürmek olarak tanımlanabilir. Gerekçe olarak öne sürülen önermelere *öncül*, gerekçelendirilen önermeye de *sonuç* (veya *sonuç önermesi*) denir. Çıkarımın soyut temsili şöyledir:

$$A_1, A_2, \dots, A_n \therefore B.$$

Burada “ A_i ”lerden her biri çıkarımın bir öncülünü, “o halde” olarak okunan “ $\therefore$ ” sembolünden sonra gelen “ B ” de çıkarımın sonucunu temsil eder. Öncüllerin sayısı için şu koşulu getirebiliriz: n bir doğal sayıdır ve $n \geq 1$. Yani, çıkarımın tek bir öncülü olabilir, iki öncülü olabilir, üç öncülü olabilir.... (Aslında, *Modern Mantık* dersinde görüleceği gibi, sıfır öncüllü yani öncülsüz çıkarımlar da olabilir, ama GTM için bu ihtimali dışarıda bırakabiliriz.)

Özellikle tasım örnekleri için bu yatay temsil yerine şöyle dikey bir temsil de kullanabiliriz:

$$\begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ \underline{A_n} \\ \therefore B \end{array}$$

3.2 Geçerli ve geçersiz çıkarımlar

Mantık açısından, bir önermenin taşıdığı/yoksun olduğu başat özellik *doğruluktur*; benzer biçimde, mantık açısından bir çıkarımın taşıdığı/yoksun olduğu başat özellik de *geçerliliktir*. Yani mantık, bir çıkarımın herşeyden önce geçerli olup olmadığıyla ilgilenir.

¹ Bu ders notları, NEVÜ Felsefe Bölümü’nün, 2021-22 Eğitim Yılı Bahar dönemi **Klasik Mantık (FLS 106)** dersi için dersin sorumlusu Dr. Öğr. Üyesi Arman Besler (NEVÜ Felsefe Bölümü) tarafından hazırlanmıştır. *İzinsiz olarak dağıtılamaz veya ders dışında kullanılamaz.*

Geçerlilik tanımlarımızı hatırlayalım: öncüllerin birlikte doğru olduğu her mümkün durumda sonuç da doğru oluyorsa, yani *öncüllerin hepsinin birden doğru olup da sonucun yanlış olması imkan dışıysa*, çıkarım geçerlidir. Başka deyişle, öncüllerin birlikte doğru olması, sonucun doğru olmasını garantiliyorsa (yani kaçınılmaz kılıyorsa) çıkarım geçerlidir. Geçerli bir çıkarım için, sonucun *öncüllerden çıktığı* (veya *öncülleri mantıksal olarak izlediği*) söylenir.

Bir çıkarımın öncüllerinin hepsinin birden doğru olduğu ama yine de sonucunun yanlış olduğu bir mümkün durum tutarlı bir biçimde tasarlanabiliyorsa, o çıkarım geçersizdir. Geçersiz bir çıkarımda öncüllerin birlikte doğru olması, sonucun doğru olmasını kaçınılmaz kılmaz. Geçersiz bir çıkarımda sonuç öncüllerden çıkmaz (yani öncülleri mantıksal olarak izlemez).

Geçerlilikle ilgili en önemli uyarımızı tekrar edelim: bir çıkarımın geçerli olup olmadığı, o çıkarımdaki önermelerin *fiilen* (= aktüel olarak, hakikaten) doğru olup olmadıklarından büyük oranda bağımsızdır – kısaca, geçerlilik, doğruluktan büyük oranda bağımsızdır. Örneğin bir çıkarımın bazı öncülleri fiilen yanlış olabilir, bütün öncülleri fiilen yanlış olabilir, hatta hem bütün öncülleri hem de sonuç önermesi fiilen yanlış olabilir, ama yine de çıkarım (geçerlilik koşulunu karşıladığı için) geçerli olabilir. Diğer taraftan, bir çıkarımın hem bütün öncülleri hem de sonuç önermesi fiilen doğru olabilir, ama yine de çıkarım (geçerli olma koşulunu karşılamadığı için) geçersiz olabilir. Öyleyse geçerlilik denetimi yapmak için önermelerin fiili (=aktüel) doğruluk değerlerinden başka şeylere, tam olarak söylersek, çıkarımın önermeleri arasındaki *irtibata* bakmamız gereklidir.

Geçerlilik-geçersizlik özelliğinin, doğruluk-yanlışlık özelliğinden tamamıyla değil de *büyük oranda* bağımsız olduğunu söyledik. Bu ihtiyatlı ifadenin sebebi şudur: *bir çıkarımın öncüllerinin hepsi fiilen doğru ama sonuç önermesi fiilen yanlışsa, o çıkarım düpedüz geçersizdir*. Öncülleri fiilen doğruyken sonucu fiilen yanlışsa, öncülleri doğruyken sonucu yanlış *olabiliyor* demektir: *olabiliyor*, çünkü zaten *öyle*.² Yani aynı anda öncüllerin doğru ama sonucun yanlış olmasının *mümkün* olup olmadığına karar vermek için fiili durumun ötesine geçmemiz gerekmez, çünkü fiili durum zaten tam da bu imkanı örneklemektedir. Yalnızca böyle çıkarımlar (yani öncüllerinin hepsi fiilen doğru ama sonucu fiilen yanlış çıkarımlar) söz konusu olduğunda, bir tek fiili doğruluk değerlerine dayanılarak *geçersizlik*

² Burada işleyen mantık yasasını açıkça dile getirelim: *varlıktan imkan çıkar*. Yani, bir şeyin/durumun gerçek (fiili, var) olduğunu biliyorsanız, o şeyin mümkün olduğunu haydi haydi söyleyebilirsiniz.

hükmü verilebilir. Aksi halde, geçerlilik/geçersizlik hükmünü vermek için her zaman fiili doğruluk değerlerinin ötesine geçip *salt imkana* (*pure possibility*) da bakmak gerekecektir.

3.3 Geçerli kalıplar

Şimdi bu söylenenleri biraz somutlaştırmak için bazı çıkarım örneklerini ele alalım. (Bu örneklerin hepsi yalnızca kategorik önermelerden oluşmaktadır.)

(1) Her canlı ölümlüdür.

Her insan bir canlıdır.

O halde, her insan ölümlüdür.

(2) Her insan canlıdır.

Her insan hayvandır.

O halde, her hayvan canlıdır.

(3) Her insan kanatlıdır.

Her kedi insandır.

O halde, her kedi kanatlıdır.

(4) Bazı balıklar memelidir.

O halde, bazı memeliler balıktır.

(5) Bazı öğrenciler erkek değildir.

O halde bazı erkekler öğrenci değildir.

Önce ilk üç örneğe bakalım. (1) numaralı örnek geçerli bir çıkarımdır, ama bunun sebebi bu çıkarımdaki önermelerin doğru olması değildir. Öyle olsaydı, yanlış önermelerden oluşan (3) geçersiz olurdu, ama (3) de en az (1) kadar geçerli bir çıkarımdır. Bu iki çıkarım, şöyle *ortak* bir *kalıba* otururlar:

Her M, P'dir.

Her S, M'dir.

O halde, her S, P'dir.

İşte *bu kalıbın kendisi geçerli olduğu içindir ki bu kalıbı örnekleyen (1) ve (3) çıkarımları (ve nice başka çıkarım) geçerli olurlar.* Bunu görmek için, “M”, “P” ve “S” harfleri yerine, tutarlılığı koruyarak (yani aynı harf yerine çıkarım boyunca aynı terim karşılık gelecek şekilde) istediğiniz terimi koyabilirsiniz: elde edeceğimiz yeni çıkarım da geçerli bir çıkarım olacaktır. Bir tanesini deneyelim:

Her saat, mobilyadır.

Her kalem, saattir.

O halde, her kalem mobilyadır.

Önermelerinin hepsi fiilen, yani içinde bulunduğumuz evren için yanlış olan bu çıkarım yine de geçerlidir, çünkü her saatin mobilya ve her kalemin de saat olduğu hayali bir evrende, her kalemin de mobilya olması aklen/mantıken kaçınılmazdır. Her saatin mobilya ve her kalemin de saat olduğu bir hayali evreni *mantık yasalarına uygun* bir biçimde tasarlamaya kalkarsanız, *her kalemi mobilya yapmak zorunda kalırsınız.* (Elbette mantık yasalarına uygun olmayan saçma sapan bir evren de tasarlayabilirsiniz, ama bunun konumuzla bir ilgisi yok.)

Şimdi (2)'ye bakalım: öncüllerin ikisi birden doğru ve sonuç da doğrudur. Ama bu çıkarım geçersizdir, çünkü sonuç doğru olsa da, sonucun doğruluğu *o öncüllerden çıkmaz.* Yani sonuç önermesinin doğru olduğunu biliyor olsak da, bu bilgimizin kaynağı o öncüllerde verilen bilgi olamaz. Bu çıkarım, tasım konusuna geldiğimizde daha iyi göreceğimiz gibi, geçerli herhangi bir kalıba oturtulamamaktadır. Çıkarımın uygun bir kalıbını elde etmek için yine terimler yerine (aynı terime aynı harfi verme kuralını gözeterek) harfleri kullanabiliriz:

Her M, P'dir.

Her M, S'dir.

O halde, her S, P'dir.

Bu kalıbın geçersiz olduğunu görmek için, bu kalıba oturan ve *düpedüz geçersiz* (yani öncülleri fiilen doğru ama sonucu fiilen yanlış) olan *tek bir* çıkarım bulmamız bile yeterli olacaktır. Şu işimizi görür:

Her kuş, canlıdır. (Doğru)

Her kuş, kanatlıdır. (Doğru)

O halde, her kanatlı, canlıdır. (Yanlış)

Şimdi her biri tek öncüllü olan son iki örneğe bakalım. (4) numaralı çıkarım geçerlidir, çünkü bazı balıkların memeli olması, balıklar kümesiyle memeliler kümesinin kesişiminde en az bir elemanın bulunduğu anlamına gelir ki bu da, *aksi yönden baktığımızda*, memeliler kümesinde, aynı zamanda balık olan bir elemanın bulunduğu anlamına, yani bazı memelilerin balık olduğu anlamına gelir. (5) numaralı çıkarım ise, hem öncülü hem de sonucu doğru olmakla birlikte, geçersizdir. Yukarıda (2) numaralı örnekte olduğu gibi, bazı erkeklerin öğrenci olmadığını bilmekteyiz, ama *bu bilgiye, bazı öğrencilerin erkek olmadığı bilgisinden kalkarak varamayız*.

(4) numaralı çıkarımın oturduğu

Bazı S'ler P'dir.

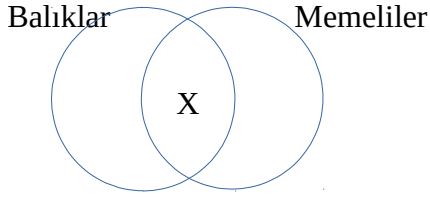
O halde, bazı P'ler S'dir.

kalıbının geçerli bir kalıp olduğunu, ama (5) numaralı çıkarımın geçerli hiçbir kalıba oturmadığını daha sonra göreceğiz.

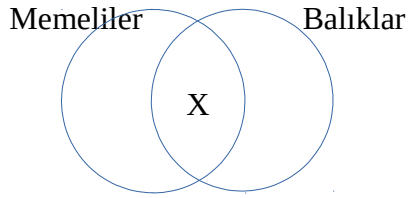
3.4 Anlam ve geçerlilik

Mantık kavramlarından bazıları esasen anlamla ilgili kavramlardır, yani *semantik* kavramlardır. *Geçerlilik* de semantik bir kavramdır; öyleyse, kategorik önermenin anlam yapısına ilişkin açıklamalarımızla (bkz. *Ders Notları 2*), çıkarımların geçerliliği/geçersizliği arasında bir köprü kurabilmemiz beklenir. Bu köprüyü işe yarar bir tarzda kurabiliyoruz: kategorik önerme tipleri için verdiğimiz anlam çözümlemelerini, (yalnızca kategorik tipte önermeler barındıran) çıkarımlar için geçerlilik denetim yöntemleri olarak kullanabiliyoruz.

Örneğin, kategorik önermelerin anlam çözümlemesini yaparken kullandığımız Venn diagramlarını, çıkarımların geçerli olup olmadığını denetlemek için şöyle kullanabiliriz: öncülün/öncüllerin verdiği bilgileri diagrama işleyip, sonucun verdiği bilginin diagramda *kendiliğinden* görünür hale gelip gelmediğine bakarız; geliyorsa çıkarım geçerlidir (yani sonuç, öncülden/öncüllerden çıkıyor demektir); gelmiyorsa, geçersizdir (sonuç öncüllerden çıkmıyordur). Şimdi (4) numaralı çıkarım üzerinden bunu örnekleyelim. Öncülün verdiği bilgiyi, yani bazı balıkların memeli olduğu bilgisini diagrama şöyle işliyoruz:

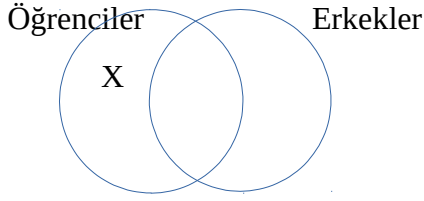


Bu diagrama, özne ve yüklem terimlerinin sırasını değiştirecek şekilde *tersinden* bakalım ama diagram üzerinde hiçbir değişiklik/ekleme yapmayalım:

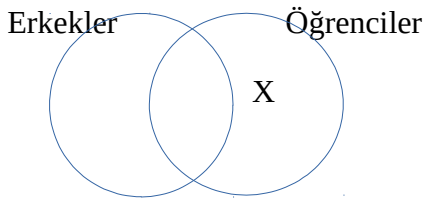


Görüldüğü gibi çıkarımın sonucu, yani bazı memelilerin balık olduğu önermesi, kendiliğinden görünür hale gelmektedir. Öyleyse Venn yöntemi, bize, bazı balıkların memeli olduğu yargısından, bazı memelilerin balık olduğu yargısının çıktığını, yani (4) numaralı çıkarımın geçerli olduğunu göstermektedir.

Şimdi aynısını (5) numaralı çıkarım için yapmaya çalışalım. Önce öncülün verdiği bilgiyi işleyelim:

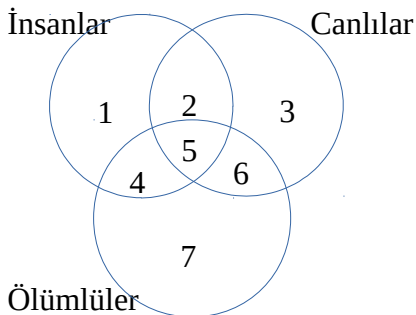


Diagrama, “Erkek” terimini özne konumuna taşıyacak şekilde tersinden bakalım:



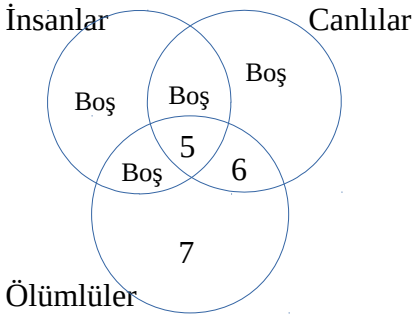
Bu diagram istediğimiz sonucu vermemektedir. İsteddiğimiz sonucu verecek bir diagramda, öğrenci olmayan erkekler bölgesinde bir çarpı bulunmalıdır (yani diagram, öğrenci olmayan erkekler bulunduğunu göstermelidir), ama böyle bir diagram, en baştaki diagrama tersinden bakarak elde edilemeyecektir. Öyleyse, sonuç kendiliğinden belirmemiştir, yani sonuç öncülden çıkmaz; kısaca, çıkarım geçersizdir.

Venn yöntemi özellikle iki öncüllü çıkarımlarda daha düzgün bir denetim yöntemi haline gelir. Şimdi iki öncüllü bir çıkarımda üç tane terim bulunduğu için ilgili Venn diagramı da üç daireden oluşmalıdır. Örnek olarak (1) numaralı çıkarımı alalım. Önce diagramdaki bölgelerin hangi varlık sınıflarına karşılık geldiğini saptayalım:



- 1: Ne canlı ne ölümlü olan, ama insan olanlar
- 2: Ölümlü olmayan, ama canlı ve insan olanlar
- 3: Ne ölümlü ne insan olan, ama canlı olanlar
- 4: Canlı olmayan, ama ölümlü ve insan olanlar
- 5: Hem ölümlü hem canlı hem de insan olanlar
- 6: İnsan olmayan, ama canlı ve ölümlü olanlar
- 7: Ne insan ne canlı olan, ama ölümlü olanlar

Çıkarımın ilk öncülü her canlının ölümlü olduğunu, yani *ölümlü olmayan canlı bulunmadığını* söylemektedir. Öyleyse ilk öncüle dayanarak, 2. ve 3. bölgeleri “Boş” olarak işaretleyebiliriz (geçen hafta *çizgilerle tarama* yoluna gitmiştik; dilerseniz öyle de yapabilirsiniz). İkinci öncül ise, her insanın canlı olduğunu, yani *canlı olmayan insan bulunmadığını* söylemektedir. Buna dayanarak da 1. ve 4. bölgeleri “Boş” olarak işaretleyebiliriz. Öncüllerin ikisini birden işlediğimizde şöyle bir resimle karşılaşırız:



Oluşan bu resimde, insanlar için geriye kalan tek bölge 5. bölgedir. Yani insan olan bir şey bulunacaksa, bu şey kesinlikle 5. bölgede yer alacaktır. Ama 5. bölge bütünüyle ölümlüler kümesi dahilindedir. Demek ki, oluşan bu son resme göre, herhangi bir şey insan olacaksa, bu şey aynı zamanda ölümlü olacaktır. İşte çıkarımın sonucu *kendiliğinden belirmiş haldedir*, öyleyse çıkarım geçerlidir.

Alıştırma: Yukarıdaki (2) numaralı çıkarımın geçersiz olduğunu Venn yöntemiyle gö(st)ermeye çalışın.

Biz geçerlilik denetimini yalnızca iki öncüllü çıkarımlar için, yani tasımlar için yapacağız. Bunlar için Venn yöntemi yerine *kurallarla denetim* yöntemini kullanacağız. Kurallarla denetim yöntemi de esas olarak yine semantik bir çözümlemeye, (önceki ders notlarında incelediğimiz) *dağıtım* kavramını kullanan bir semantik çözümlemeye dayanmaktadır.■